NH투자증권 발행 ELS 분석 및 pricing

201721521 금융공학과 윤원식

이번 계산금융 프로젝트로 NH투자증권을 중심으로 다양한 ELS 종류를 살펴보았습니다.

ELS pricing 코드를 설명하기 앞서 간단히 종류부터 분석해보았습니다.

테이블이(가) 표시된 사진

자동 생성된 설명

<그림1 : NH 투자증권의 ELS 종류>

NH투자증권은 12월 초 기준으로 3가지 종류의 상품으로 나뉘어져 있습니다. 최대 손실률이 제한이 없는 경우, 최대 손실 제한이 없지만 월마다 일정 액수를 지급하는 형식, 최대 손실 제한이 있는 경우가 있습니다.

저는 우선 제일 기본적인 모형인 최대 손실률이 제한이 없는 경우로 코딩을 시작해보았습니다.

최대한 일반적인 모형을 만들기 위해 몬테카를로 시뮬레이션을 이용하여 다양한 변수를 입력하면 자동으로 값을 계산해주는 프로그램을 만들고자 하였습니다. 다행히 NH투자증권의 상품에서는 낙인 배리어 상품만 존재하였습니다. 따라서 우선적으로 낙인 배리어 모형을 기본적으로 만들고 여러 다른 모델들을 추가해보고자 하였습니다.

제일 처음에 만든 기본적인 ELS모형인 낙인 배리어 ELS pricing 코드를 설명 드리겠습니다.

먼저 제가 예시로 넣은 상품은 “NH투자증권 제21397회 파생결합증권”입니다. 기초자산의 변동성과 상관계수는 다음과 같이 상품 설명서를 참고하였습니다.

텍스트이(가) 표시된 사진

자동 생성된 설명

<그림2 : NH증권사 ELS 상품설명서내 기초자산의 변동성 및 상관계수>

제가 가져온 ELS의 손익구조는 다음과 같습니다.

테이블이(가) 표시된 사진

자동 생성된 설명

물론, ELS 상품마다 조기상환 일수와 수익률 및 상환조건은 다르므로 입력변수를 바꾸면 자동으로 바뀔 수 있게끔 코드를 작성해보았습니다. 코드는 다음과 같습니다.

텍스트이(가) 표시된 사진

자동 생성된 설명

<그림3 : ELS pricing 초기 변수 입력 코드>

위에서 알 수 있듯이, 일반적인 형태를 만들기위해서 인풋변수들을 처음에 변경만 해주면 자산이 n개, 조기상환일이 k개라도 변수들의 개수들만 잘 맞춰준다면 pricing이 가능하게 하였습니다.

Covariance matrix는 직접 행렬로 설정하게끔 하였습니다. 자산의 경우는 daily로 N년치를 형성하게끔 하였고, 주말 및 공휴일에는 원래 자산가격이 형성되지는 않지만 그 부분은 무시해주기로 하였습니다.

1년을 360일로 잡고 계산을 하였으며, 이자율은 우선적으로 국고채 3년 금리가 1.8%이므로 국고채 금리로 통일을 시켜줘서 pricing을 1차적으로 계획하였습니다. 이후에 모델을 만든 후 금리를 변경해가며 금리를 관찰을 하였습니다.

텍스트이(가) 표시된 사진

자동 생성된 설명

<그림4 : 시뮬레이션을 시작 초기 코드 >

다음은 난수를 생성하여 correlation matrix를 분해하여 L을 곱해주는 과정이며, 그렇게 나온 값을 이용해 자산가격을 만기에 따라 일간데이터로 산출하게끔 하였습니다.

텍스트이(가) 표시된 사진

자동 생성된 설명

<그림5 : 자산가격을 for문을 통해 구하는 코드>

이후 자산 가격을 통해 중도상환의 경우면 가격을 price\_si 리스트(시뮬레이션 최종 리스트) 에 추가하고, 아닐 경우에는 만기시의 경우를 따지게끔 시뮬레이션 코드를 작성해보았습니다.

텍스트이(가) 표시된 사진

자동 생성된 설명

<그림6 : 중도상환의 경우를 계산하기 위한 코드>

10,000번을 시행하는 경우 시간은 대략 1분 40초가 걸리는 것을 확인하였습니다. 또한, 실제 증권사에서 계산한 값과의 차이는 다음과 같이 100원~200원 차이가 발생하였습니다.

텍스트이(가) 표시된 사진

자동 생성된 설명텍스트이(가) 표시된 사진

자동 생성된 설명

<그림7 : 2 step down Els price 차이와 소요 시간>

이러한 차이는 변동성 및 이자율, 기간 등의 설정에 있어서 차이가 발생한 것으로 보입니다.

이번에는 자산이 조금 더 많은 경우를 측정해보고자 하여서 같은 코드로 자산의 수를 늘려보았습니다. 다음 예제의 상품으로는 “NH투자증권 파생결합증권(ELS) 제21396회”으로 3개의 기초자산으로 측정을 해보았습니다.

시뮬레이션 시작하기 전 변수를 다음과 같이 넣어주었습니다.

텍스트이(가) 표시된 사진

자동 생성된 설명

<그림8 : 기초자산 3개인 step down ELS>

다음과 같이 3개의 자산일 경우로 값을 대입하여 몬테카를로 시뮬레이션을 실행한 결과, 2개의 자산일 경우보다 차이가 더욱 커진 것을 볼 수 있었다.

텍스트이(가) 표시된 사진

자동 생성된 설명

<그림9 : 공정가와 계산한 값과의 차이>

다음으로는 월지급이 없으며 낙인 구조가 아닌 ELS 상품을 pricing 해보았습니다. 구조는 다음과 같습니다.

테이블이(가) 표시된 사진

자동 생성된 설명

<그림10 : no-knock in-step-down ELS 상품 구조 예시>

다음과 같이 수익률에 하한선이 있기에 만기시에만 코드를 바꿔주었고 중도상환시기의 코드는 그대로 유지하였습니다. 코드는 다음과 같습니다.

텍스트이(가) 표시된 사진

자동 생성된 설명

<그림11: 중도상환시 no-knock 을 추가한 코드>

다음과 같이 만기시에 max\_loss\_line을 지정해준 뒤 그 변수 값보다 작으면 max\_loss\_line(최대 손실)로 손실이 나게끔 설정하였습니다.

예제의 상품으로는 NH투자증권의 제21391회 ELS 상품을 사용하였습니다. 기초자산 2개에 중도상환이 3개월이며 만기가 1년인 경우의 pricing 결과값은 다음과 같습니다.

텍스트이(가) 표시된 사진

자동 생성된 설명

<그림 12 : pricing 결과값과 공정가의 차이>

세번째로 NH증권사 내의 마지막 유형인 월지급형식 ELS를 직접 코드로 구현해보았습니다. 월지급식 ELS의 수익구조는 다음과 같습니다.

(예시 상품 : NH투자증권 파생결합증권(ELS) 제21402회 )

테이블이(가) 표시된 사진

자동 생성된 설명

<그림12 : 월지급식 step down ELS 상품구조 예시>

특이한 손익구조로 이는 오히려 조기상환이 안되면 안 될수록 더욱 좋은 구조라고 판단을 하였습니다. 이 상품의 유의점은 변수를 추가로 더 설정을 하셔야합니다.

(month\_list : 월지급 / month\_line: 월지급 기준 line / monthly\_pay : 월지급 상품이면 1로 설정 )

월 지급 형태를 추가해주기 위해 중도 상환이 가능할 때마다 pay라는 변수를 통해 그동안 받았던 월지급의 현가들의 합을 계산해서 액면가의 현가와 더해주었습니다. 그리고 만기시에는 수익이 나거나 손실이 나도 월지급으로 받았던 cash flow가 있으므로 pay라는 변수를 구해서 더해 주게끔 하였습니다. 코드는 중도상환시와 만기상환시에 따라 코드를 추가해보았습니다.

텍스트이(가) 표시된 사진

자동 생성된 설명

텍스트이(가) 표시된 사진

자동 생성된 설명

<그림 13: 중도상환 및 만기 시 월 지급 방식을 추가한 코드>

10,000번 시뮬레이션을 돌린 결과는 다음과 같습니다. 텍스트이(가) 표시된 사진

자동 생성된 설명

<그림 14 : 월 지급식 ELS pricing 결과값과 공정가격과의 차이>

마지막으로 NH투자증권에는 존재하지 않지만, 한국투자증권에서 ‘multi barrier option’ 색다른 ELS를 발견하여 추가해보았습니다. 구조는 다음과 같이 조기상환 시점에서 일반적인 step-down형과는 다르게 barrier가 추가로 존재하는 것을 알 수 있었습니다. (예시에서는 1차,2차에만 존재합니다.)

테이블이(가) 표시된 사진

자동 생성된 설명

<그림15 : multi barrier option 상품구조 예시 >

Multi barrier 경우를 추가하기 위해서 ELS\_name이라는 변수를 추가해주어서 ELS 종류에 따라서 multi-barrier나 월지급식을 선택할 수 있게 하였습니다. 또한, 추후에 다른 옵션을 추가할 수 있게 하기 위해 ELS\_name이라는 변수를 설정해주었습니다.

텍스트이(가) 표시된 사진

자동 생성된 설명

<그림 16 : ELS\_name 변수를 새로 추가한 알고리즘>

코드는 다음과 같이 설정하였습니다. Multi\_list하는 항목에 barrier가 있는 조기상환 시기를 적고, 해당 시기의 barrier 값을 multi\_barrier 라는 리스트를 만들어 입력하도록 하였습니다.

마지막으로 이자율별 ELS 공정가와 어느정도 차이가 나는지 표로 정리해보았습니다. 각 이자율별 ELS의 가격에서 공정가를 뺀 편차 값을 표로 정리하였습니다. 여기서 스텝다운 옆의 숫자는 자산의 개수를 뜻합니다.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ELS 종류  이자율 | 스텝다운(2) | 스텝다운(3) | 노낙인  스텝다운(2) | 월지급식  스텝다운(2) | 멀티  베리어(3) |
| 국고채 3년(1.8%) | 194 | 422 | 169 | 40.32 | 614 |
| CD금리 (1.2%) | 158 | 443 | 171 | 61 | 653 |
| Libor 금리 (0.078)  미국채3년 (0.078) | 180 | 451 | 176 | 66 | 583 |
| 회사채3년(2.3%) | 121 | 436 | 157 | 31.32 | 635 |

<표1 : 이자율별 ELS 가격과 공정가의 편차>

표에서 알 수 있듯이 1.8~2.3 범위의 이자율이 공정가와 제일 유사하게 형성되는 것을 알 수 있었습니다.

추후 계획으로는 다른 증권사의 lizard형 ELS 나 knock-in 방식 pricing 방식을 따로 추가해볼 계획입니다. 뿐만 아니라, FDM을 통해 값을 도출한 뒤, 몬테카를로 시뮬레이션 결과값과 어느 정도 차이가 나는지 확인을 해볼 계획입니다.